Analytická geometria 1

vzorové úlohy na skúšku

AG1-12 Zistite, ktoré z vlastností v definícii skalárneho súčinu spĺňa operácia daná predpisom
$\overline{x}.\overline{y} := x_2y_1 - x_1y_2 + 2x_2y_2$, kde $\overline{x}(x_1, x_2)$, $\overline{y}(y_1, y_2)$.

AG1-13 Zistite, aký uhol zvierajú jednotkové vektory $\overline{a}$, $\overline{b}$, ak $\overline{x} = \overline{a}+2\overline{b}$, $\overline{y} = 5\overline{a}-4\overline{b}$, $\overline{x} \perp \overline{y}$. Načrtnite!

AG1-14 Určte vektorový priestor $\mathbb{V}'$, ak jeho totálne kolmý podpriestor je generovaný vektormi $\overline{a}$, $\overline{b}$, $\overline{c}$;
$\overline{a} = (0; 0; 0; 1; 0;)$, $\overline{b} = (1; -1; 0; 0; 0)$, $\overline{c} = (2; 0; 1; 2; 1)$

AG1-15 Určte $a, b \in R$ tak, aby vektory $\overline{a}(a; 3)$, $\overline{b}(1; b)$ určovali obdĺžnik o veľkosti 78. Načrtnite.

AG1-16 Vypočítajte $||(\overline{a} + 3\overline{b}) \times (2\overline{a} - 5\overline{b})||$, ak $\overline{a} \perp \overline{b}$, $||\overline{a}|| = 2$, $||\overline{b}|| = 3$.

AG1-17 Vo $\mathbb{V}_3$ sú dané vektory $\overline{a}(1; 2; 3)$, $\overline{b}(-3; 1; 2)$, $\overline{c}(c; 0; -3)$, $\overline{d}(1; x; y)$.
a) Určte $c, x, y \in R$ tak, aby $\{\overline{b}, \overline{c}, \overline{d}\}$ tvorili ortogonálnu bázu $\mathbb{V}_3$.
b) Určte ortonormálne vektory $\overline{b}'$, $\overline{c}'$ tak, aby $\langle\overline{b}\rangle = \langle\overline{b}'\rangle$ a $\langle\overline{b}, \overline{c}\rangle = \langle\overline{b}', \overline{c}'\rangle$ (napíšte všetky riešenia).
c) Zistite, či $\langle\overline{a}, \overline{b}, \overline{c}\rangle$, $\langle\overline{b}, \overline{c}, \overline{d}\rangle$ sú súhlasne orientované bázy vo $\mathbb{V}_3$.

AG1-18 V $\mathbb{E}_4$ je daná rovina α a bod B. Určte vzdialenosť bodu B od roviny α;

$$B[2; 3; 4; 5] \qquad \alpha : \begin{aligned} x_1 &= 2 + 2t_1 - t_2 \\ x_2 &= 3 + t_1 + 2t_2 \\ x_3 &= -t_1 - t_2 \\ x_4 &= -1 + 2t_1 + 3t_2 \end{aligned}$$