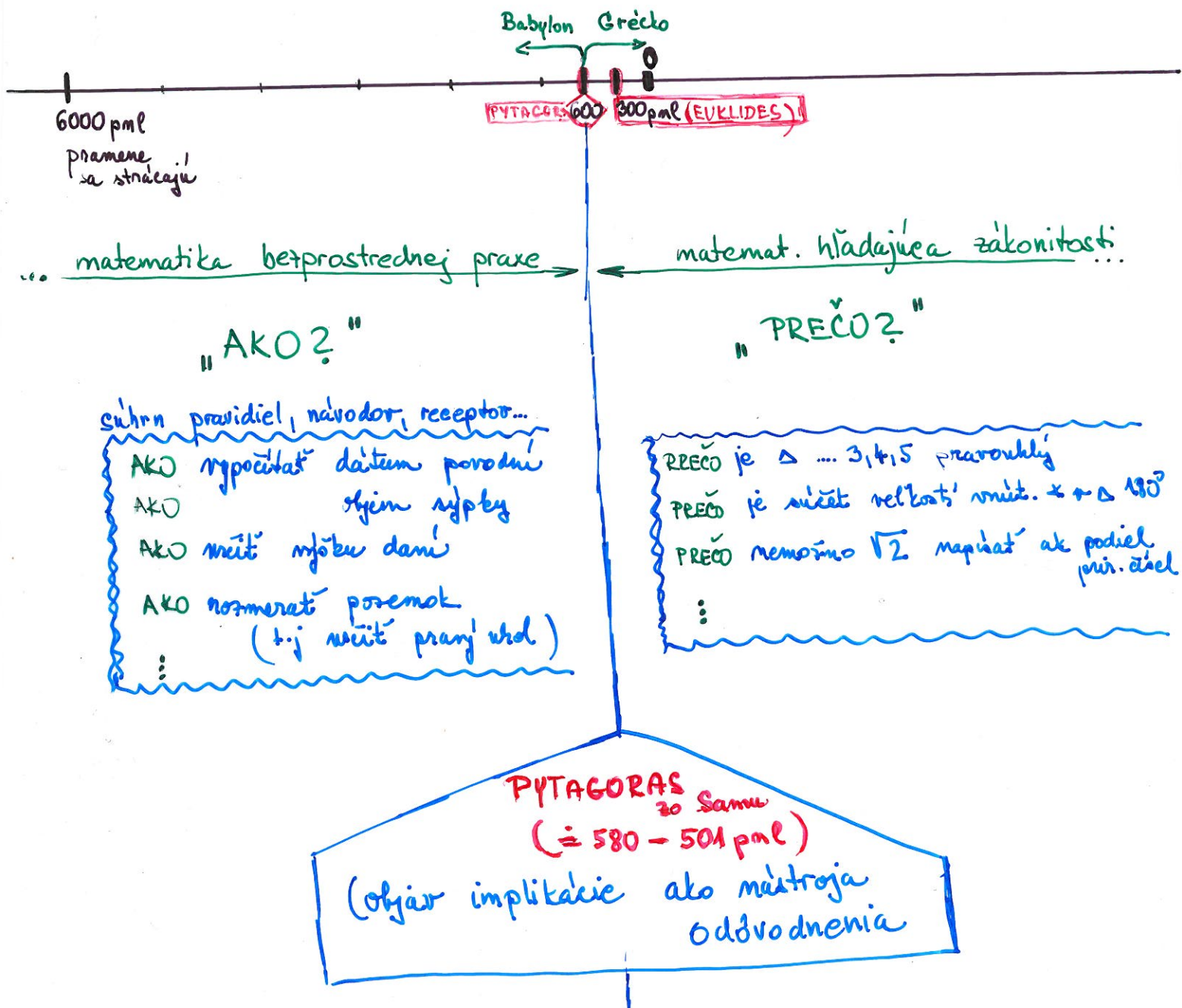




Ľudské poznanie narastá v dvoch etapách:

hromadenie poznatkov

organizácia poznatkov

→ vznik novej štruktúry, teórie (axiomatizácia)

↓
Veda

výhody:

- ľahšia orientácia v dial.
- uľahčí myslenie v dial.
- možnosť prognózy rozvoju dial. v budúcnosti



Pythagoras

n niekoľko príkladov z iných ved. disciplín (postupné vytrásanie štruktúry): 2

ANORGANICKÁ CHÉMIA — D.I. MENDELEJEV (ruský vedec, 1869)

ASTRONÓMIA — babylonskí hvezdári (125)
— M. KOPERNÍK (1540)

DYNAMIKA — I. NEWTON (1687)

BIOLOGIA — CH. DARWIN (1859)

MATEMATIKA (GEOMETRIA) — EUKLIDES (≈ 300 p.n.l.)

nápisom učebnice STOICHEIA (ZÁKLADY) počas pôsobenia v MUZEIONE

⊕ genálne dielo na svoju dobu

⊕ prvý pokus o axiomatizáciu ved. disc. v dejinách ľudstva

venované PTOLEMAIOVI

13 kníh ~~~~~ Každá začína definíciami pojmov, a kt. v nej pracuje
potom axiómy
potom vetý (zostavené do log. postupnosti)

Ax1 Každý bod možno spojiť s každým bodom priamkou

Ax2 Každú časť priamky možno predĺžiť neobmedzene.

Ax3 Z ľubovoľného streda možno opísať kružnicu ľubovoľného polomeru.

Ax4 Všetky pravé uhly sú navzájom rovné.

Ax5 Bodom ležiacim na danej priamke možno vrieť jedinu rovnobežku s danou priamkou.

⊕ najrozšírenejšia učebnica v dejinách ľudstva

⊕ kl. časť školskej geometrie (≈ 6-ich kníh Stoihei)

⊕ nčili sa z nej Koperník, Galilei, Descartes, Pascal, Newton, Leibnitz, Lotafčevskij, ...

↓
⊕ celé dve tisícročia v stredoveku aj ako učebnica
aj ako stimulátor nových myšlienok



1

EUKLIDES

3. storočie pred n. l.

- ⊖ snaha definovať všetky (aj základné) pojmy
- ⊖ sústava axióm neúplná

3

Axiom. súst. axiomatizovanej teórie
(— nemusí byť jedinom. určená)
BEZSPORNÁ
NEZÁVISLÁ
ÚPLNÁ

PROBLÉM ROVNOBEŽIEK

- množstvo matematikov snažilo dokázať ax. rovnobež.
- nová myšlienka Talian G. SACCHERI (17.-18. st.) ("dôkaz sporom vo rečiach")

KARL FRIDRICH GAUSS
(Nemecko ≈ 1800)

NIKOLAJ IVANOVICH LOBAČEVSKIJ
(Rus 1829)

JÁNOS BOLYAI
(Maďarsko 1832)

komiešili problém
nezávisle od seba

- riešenie, na kt. čakal svet dve tisícročia sa neujalo (bolo neočakávané, neprirodzené, málo matematikov mu verilo)
- predbehlo dobu, kt. nebola ešte zrelá na takú múdrosť
- objav čakal na uznanie až 40 rokov

rišenie znie

Piatá Euklid. axioma je nedokázateľná



KARL FRIEDRICH GAUSS
(1777 - 1855)

III/11



Nikolaj Ivanovič Lobačevskij 1793—1856



J. Bolyai

okrem EUKLIDOVSKÉJ
GEOMETRIE

(Ax II : ... $\exists$! ...)

exist. NEUKLIDOVSKÁ (LOBAČEVSKÉHO)
GEOMETRIA

(Ax II : ... $\exists$ aspoň dve ...)

? Lobačevsk. geom. vo väčšej neistote?

↓ rozšíril

BELTRAMI
(Taliansky 1868)

} $\rightarrow$ model lobač. geom.
(l-rovinu $\sim$ plocha
prístrechu)

Felix KLEIN
(Bavorsko 1871)

} $\rightarrow$ "vylepšil" model Beltr.

najznámejšie
modely
lobač. geom. { model BELTRAM-KLEIN ov $\mathbb{B}$
model POINCARÉ ho $\mathbb{B}$

definitívnu staršiu element. geometriu a presnú sústavu axiém

podal DAVID HILBERT (Nemec, 19. st.)

($\mathbb{B}$ nie jediná ax. súst. geometrie)

tvr. ABSOLÚTNA GEOMETRIA

(ax. Incid.
ax. Uspor.
ax. Zhod.
ax. Spoj.)

ax. II E.

EUKLIDOVSKÁ GEOM.

ax. II L.

LOBAČEVSKÉHO GEOM.
(tvr. hyperbolická)

tvr.
súčasné teórie

existujú aj

"žiadnym bodom mimo
priamky $\nexists$ ani jedna
rovnoobežka s danou pr."

RIEMANOVA GEOM.
(tvr. eliptická)



D. Hilbert